

ETH Zürich

Department Architektur
Department of Architecture

Lösungsvorschlag
Proposal for solution

Tragwerksentwurf I und II

Structural Design I and II

Prof. Philippe Block - Prof. Joseph Schwartz

Prüfung Winter 2016
Exam winter 2016

6. Februar 2017

Prüfungsdauer: 180 Minuten
Exam duration: 180 minutes

Inhaltsübersicht Content overview

Allgemeine Fragen

Aufgabe	1	Stützzlinien	(ca. 10 min.)	S.03
Aufgabe	2	Materialeigenschaften	(ca. 5 min.)	S.04
Aufgabe	3	Aussteifung	(ca. 5 min.)	S.05

Zeichnungen und Berechnungen

TURNHALLE

Aufgabe	4	Lasten berechnen	(ca. 10 min.)	S.06
Aufgabe	5	Variante 1: Seil mit gleichmäßig verteilter Last	(ca. 10 min.)	S.07
Aufgabe	6	Variante 2: Bogen mit ungleichmäßig verteilter Last	(ca. 30 min.)	S.08
Aufgabe	7	Variante 3: Auskragendes Fachwerk	(ca. 30 min.)	S.09
Aufgabe	8	Variante 4: Kräfte im Fachwerk	(ca. 20 min.)	S.10
Aufgabe	9	Variante 5: Kräfteverlauf im Rahmen	(ca. 20 min.)	S.11
Aufgabe	10	Variante 6: Kräfteverlauf in Balken und Scheibe	(ca. 40 min.)	S.12

General questions

Task	1	Thrust lines	(ca. 10 min.)	p.03
Task	2	Material properties	(ca. 5 min.)	p.04
Task	3	Bracing	(ca. 5 min.)	p.05

Drawings and calculations

GYMNASIUM

Task	4	Calculating loads	(ca. 10 min.)	p.06
Task	5	Option 1: Cable with uniformly distributed loading	(ca. 10 min.)	p.07
Task	6	Option 2: Arch with non-uniformly distributed loading	(ca. 30 min.)	p.08
Task	7	Option 3: Cantilevering truss	(ca. 30 min.)	p.09
Task	8	Option 4: Forces in trusses	(ca. 20 min.)	p.10
Task	9	Option 5: Force flow in frames	(ca. 20 min.)	p.11
Task	10	Option 6: Force flow in beam and shear wall	(ca. 40 min.)	p.12

Aufgabe 1
Task 1

Stützzlinien
Thrust lines

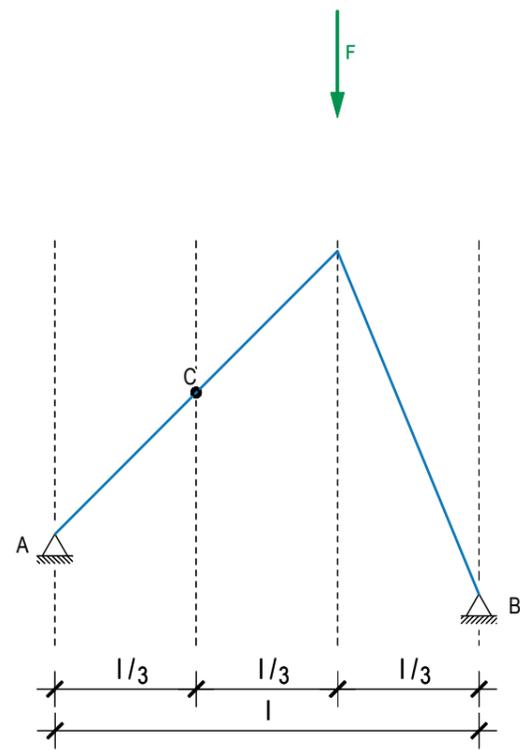
ca. 10 Minuten
approx. 10 minutes

Zeichnen Sie für die jeweilige Belastung (a bis c) die zugehörige Stützzlinie durch den Punkt C.
Es gilt: $F = q \cdot l / 3$

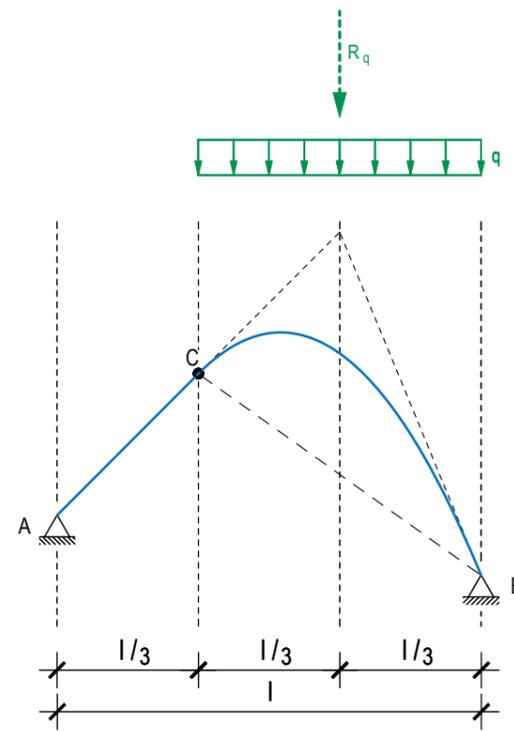
Draw the corresponding thrust line through point C for each loading case (a to c).
Note that: $F = q \cdot l / 3$

vgl.
TEI
UE5, Aufg. 3

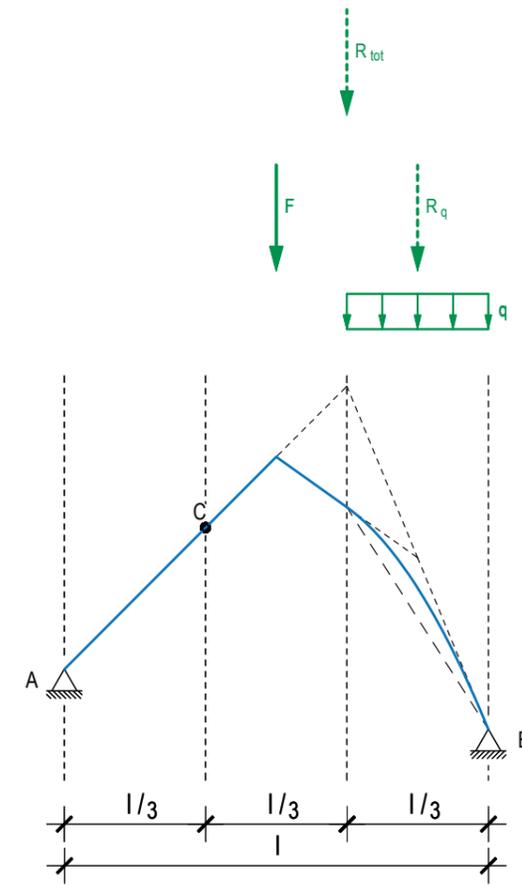
compare
SDI
EX5, Task 3



a)



b)



c)

Aufgabe 2 **Materialeigenschaften**
Task 2 **Material properties**

ca. 5 Minuten
approx. 5 minutes

Ordnen Sie die Eigenschaften aus der Tabelle (a) den Materialien der Tabelle (b) zu.

Assign the properties given in chart (a) to the materials in chart (b).

vgl.
TEI
Vorlesung 06
Seite 34 - 50

compare
SDI
Lecture 06
Page 34 - 50

	Glas	Holz (NH C30, Faser)	Stahl S275 (k ≤ 16 mm)	Aluminium (Al Zn4,5Mg1)	Beton (C50/60)
Werkstoff- eigenschaften <i>Material properties</i>	Material 1	Material 2	Material 3	Material 4	Material 5
E-Modul <i>Modulus of elasticity</i> [N/mm ²]	70'000	12'000	210'000	70'000	37'000
Streckgrenze <i>yield strenght</i> f _{y,k} [N/mm ²]	–	–	275	280	–
Zugfestigkeit <i>Allowable tensile stress</i> f _{t,k} [N/mm ²]	45	18	430	350	2.9
Druckfestigkeit <i>Allowable compressive stress</i> f _{c,k} [N/mm ²]	700	23	430	350	58
Bruchverhalten <i>fracture behaviour</i>	spröde <i>brittle</i>	zäh <i>tough</i>	duktil <i>ductile</i>	duktil/ spröde <i>ductile/ brittle</i>	spröde <i>brittle</i>

a)

Material <i>Material</i>	Material Nr. <i>Material no.</i>
Beton <i>Concrete</i> (C50/60)	5
Stahl S275 <i>Steel S275</i> (k ≤ 16 mm)	3
Aluminium <i>Aluminium</i> (Al Zn4,5Mg1)	4
Glas <i>Glass</i>	1
Holz <i>Wood</i> (NH C30, Faser)	2

b)

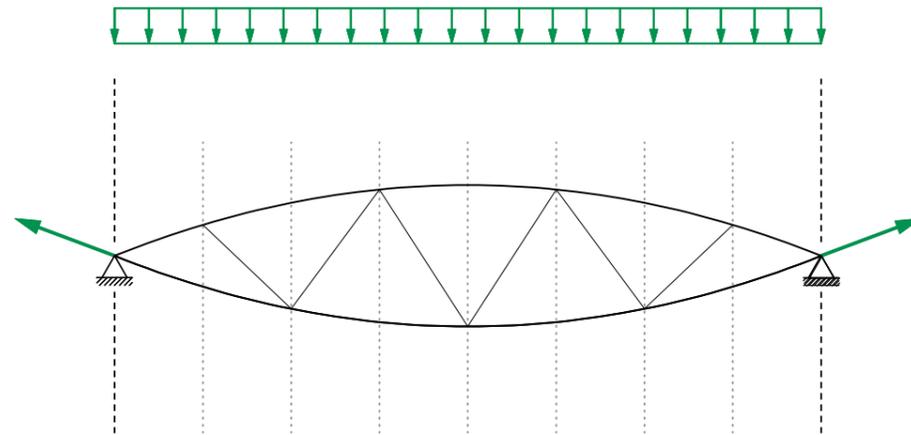
Aufgabe 3
Task 3

Aussteifung
Stiffening

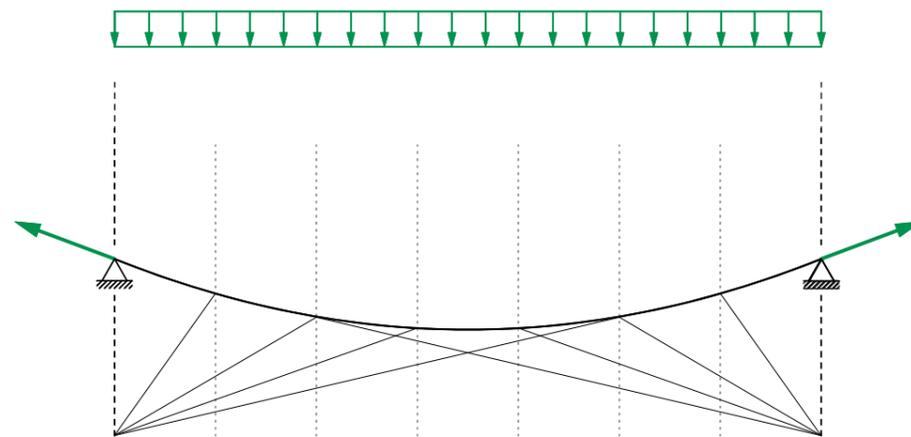
ca. 5 Minuten
approx. 5 minutes

Skizzieren Sie zu den unten dargestellten Seiltragwerken zwei Möglichkeiten zur Stabilisierung der Form und beschreiben Sie diese kurz.

Sketch two possibilities for stabilizing the shape of the cable structure below and describe them shortly.



a)



b)

steifer Balken durch Triangulation

stiff beam by means of triangulation

Abspannseile brauchen zusätzliche Ankerpunkte

Bei asymmetrischer Belastung wird eine Seite aktiviert.

Tension cables need additional anchors

Under asymmetrical loading one side is activated

vgl.
TEI
Vorlesung 4,
Seite 25-63

compare
SDI
Lecture 4,
page 25-63

Aufgabe 4
Task 4

TURNHALLE
GYMNASIUM

ca. 10 Minuten
approx. 10 minutes

Lasten berechnen
Calculating loads

Für den Entwurf einer Turnhalle wollen Sie eine Grundfläche von 30 x 40 Metern überdachen. Eine der ersten Entscheidungen bzgl. des Tragwerks sieht vor, alle 4 Meter einen Hauptträger zu platzieren, der 30 Meter überspannt (siehe Bild rechts). Die Art des Hauptträgers ist noch unbekannt.

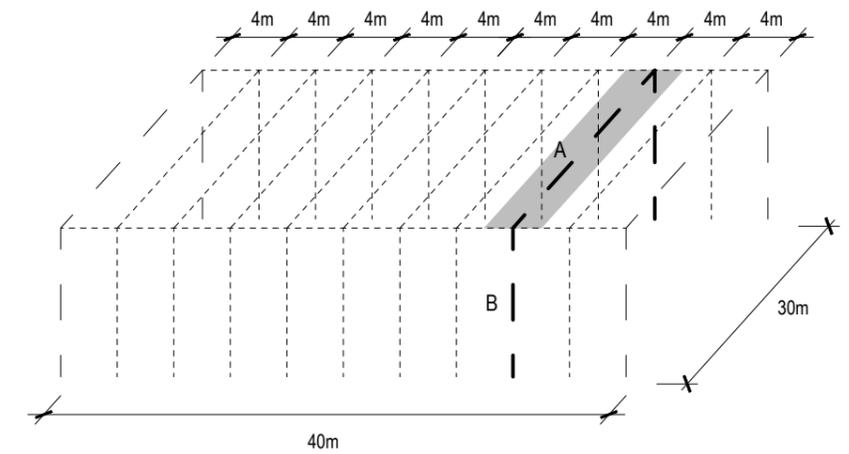
1. Geben Sie die Linienlast auf Bemessungsniveau s_d in kN/m auf einem der mittleren Hauptträger (A) an. Das Eigengewicht des Hauptträgers können Sie hierbei vernachlässigen.
2. Geben Sie die daraus resultierende Belastung F in kN auf einer der seitlichen Stützen (B) bestehend aus Beton C20/25 an und finden Sie die notwendige Querschnittsfläche.

Ein vereinfachter Schnitt durch den Dachaufbau ist gegeben. Der Lösungsweg muss nachvollziehbar sein. Lösungsweg, Zwischenschritte und Endresultat werden bewertet.

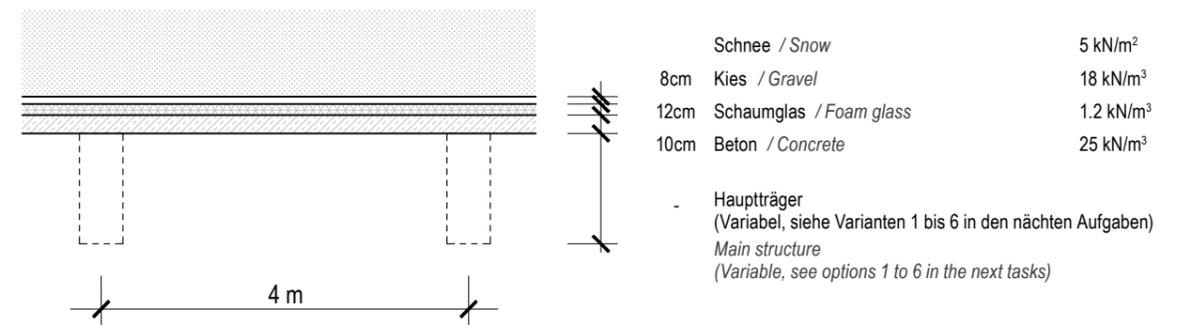
For the design of a gymnasium you want to cover an area of 30 x 40 meters. One of the first decisions regarding the structure includes to have a main supporting section every 4 meters, spanning 30 meters (see image to the right). The type of supporting section is still unknown.

1. Indicate the design line load s_d in kN/m on one of the middle main beams (A). The self weight of the main beam can be ignored.
2. Indicate the resulting load F in kN on one of the lateral concrete columns (B) C20/25 and find the required cross section area.

A simplified section through the roof is given. The approach needs to be comprehensible. Approach, intermediate steps and final result are part of the valuation.



Turnhalle mit Trägern alle 4m
Gymnasium with beams every 4m



Schematischer, nicht massstäblicher Schnitt durch Dachaufbau
Schematic section through roof, not to scale

vgl.
TEI
UE3, Aufg. 5

compare
SDI
EX3, Task 5

Aus Formelsammlung: $\gamma_G = 1,35$ $\gamma_Q = 1,5$
From equation sheet:

1.	$s_d = g_d + q_d$	= 52,05 kN/m	2.	$F = R / 2$	= 780,75 kN
	$g_d = g_k \cdot 1,35$	= 22,05 kN/m		= 52,05 kN/m · 30m / 2 =	
	$g_k = (25 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,2\text{m} \cdot 4\text{m}) + (1,2 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,12\text{m} \cdot 4\text{m}) + (18 \text{ kN/m}^3 \cdot 0,08\text{m} \cdot 4\text{m}) =$			$A_{req} = F / f_{cd}$	= 58'556,25 mm²
	10 kN/m + 0,576 kN/m + 5,76kN/m	= 16,336 kN/m		$f_{cd} = f_{ck} / \gamma_M$	
	$q_d = q_k \cdot 1,5$	= 30 kN/m		= 780,75 kN · 1000 / (20 N/mm ² / 1,5) =	
	$q_k = 5 \text{ kN/m}^2 \cdot 4\text{m}$	= 20 kN/m			

Aufgabe 5
Task 5

TURNHALLE Hauptträger Variante 1
GYMNASIUM Roof structure option 1

ca. 10 Minuten
approx. 10 minutes

Lageplan
Form diagram
1cm ≅ 2m



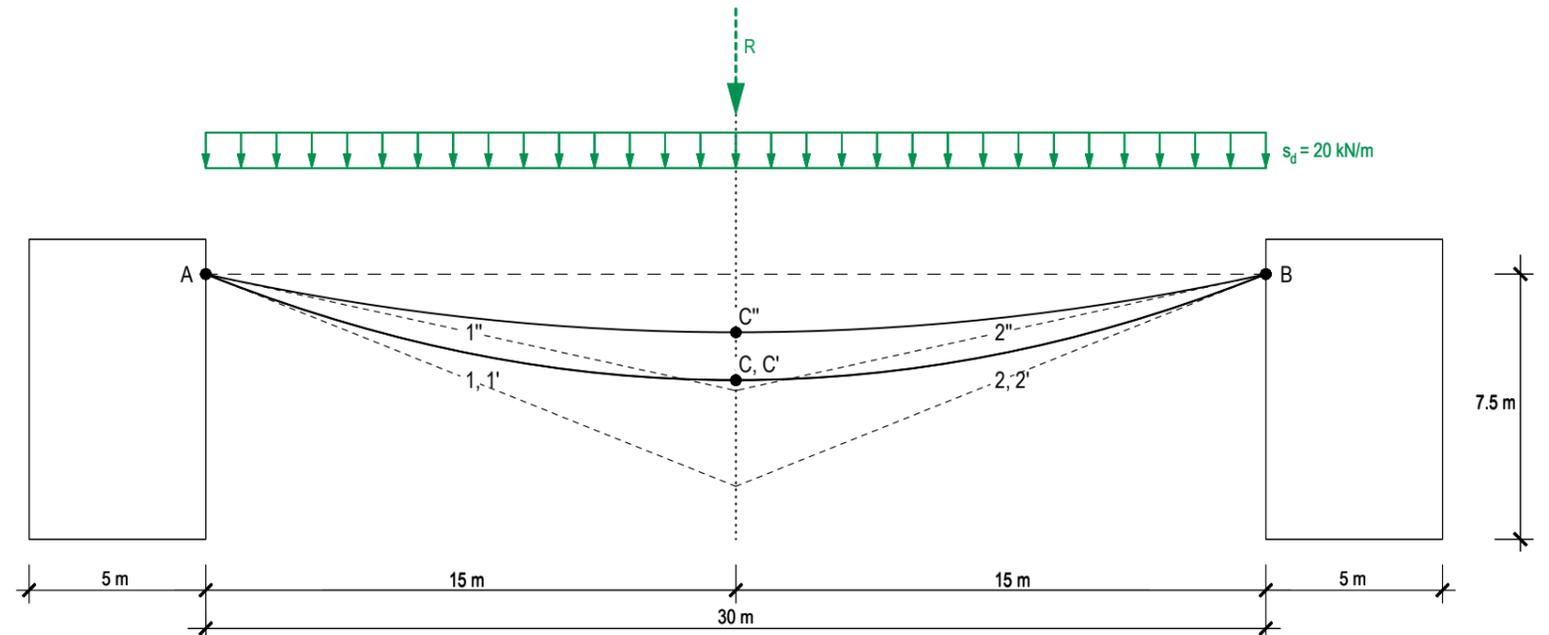
Seil mit gleichmäßig verteilter Last
Cable with uniformly distributed loading

Für den Hauptträger der Turnhalle wird zunächst eine Seilkonstruktion untersucht. Gegeben ist eine Ansicht des Haupttragwerks mit einer gleichmäßig verteilten Last s_d und dem zugehörigen Kräfteplan.

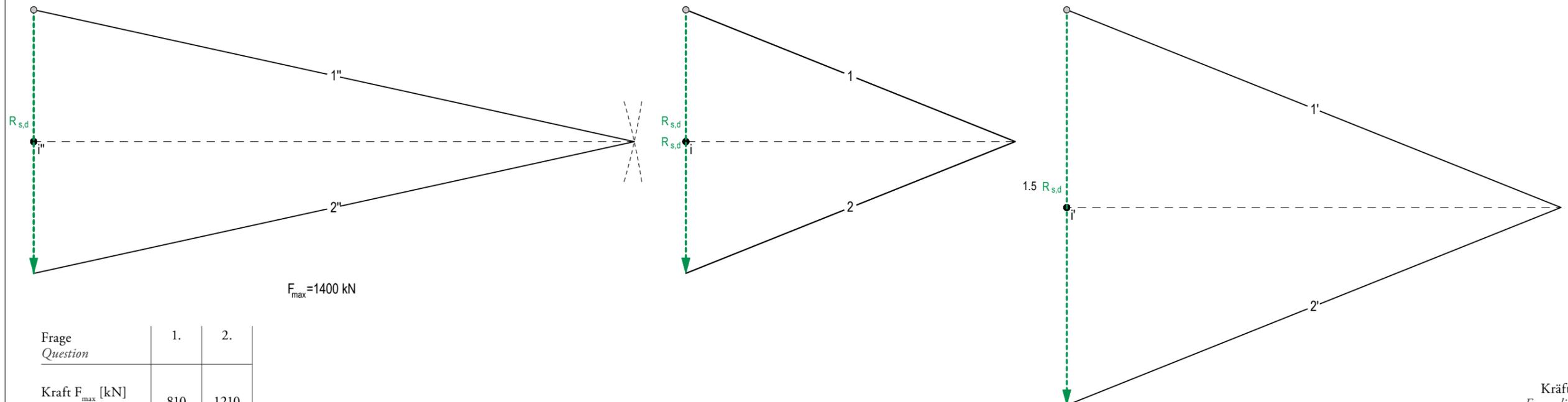
- Bestimmen Sie für das Hängedach durch die Punkte A, B und C die maximale Seilkraft in kN.
- Wie verändert sich die Beanspruchung des Seils bei gleicher Form aber 1.5-facher Belastung? Zeichnen Sie den entsprechenden Kräfteplan und geben Sie die maximale Seilkraft in kN an.
- Wie verändert sich die Form des Seils, wenn die maximale Seilkraft $F_{max} = 1400$ kN beträgt? Skizzieren Sie die Form in den Lageplan und zeichnen Sie den dazugehörigen Kräfteplan.

In a first design iteration of the gymnasium, a cable structure as main load-bearing structure is analyzed. Given is the elevation of the structure with a uniformly distributed load s_d and the respective force diagram.

- Determine the maximum cable force (in kN) for the hanging roof through points A, B and C.
- How do the stresses in the cable change for the same form and 1.5 times the loading? Draw the corresponding force diagram and indicate the maximum cable force in kN.
- How does the form change if the maximum cable force is $F_{max} = 1400$ kN? Sketch the form in the form diagram and draw the corresponding force diagram.



vgl.
TEI
UE3, Aufg. 5
compare
SDI
EX3, Task 5



Frage Question	1.	2.
Kraft F_{max} [kN] Force F_{max} [kN]	810	1210

Kräfteplan
Force diagram
1cm ≅ 100 kN
1cm ≅ 100 kN

Aufgabe 6
Task 6

TURNHALLE Hauptträger Variante 2
GYMNASIUM Roof structure option 2

ca. 30 Minuten
approx. 30 minutes



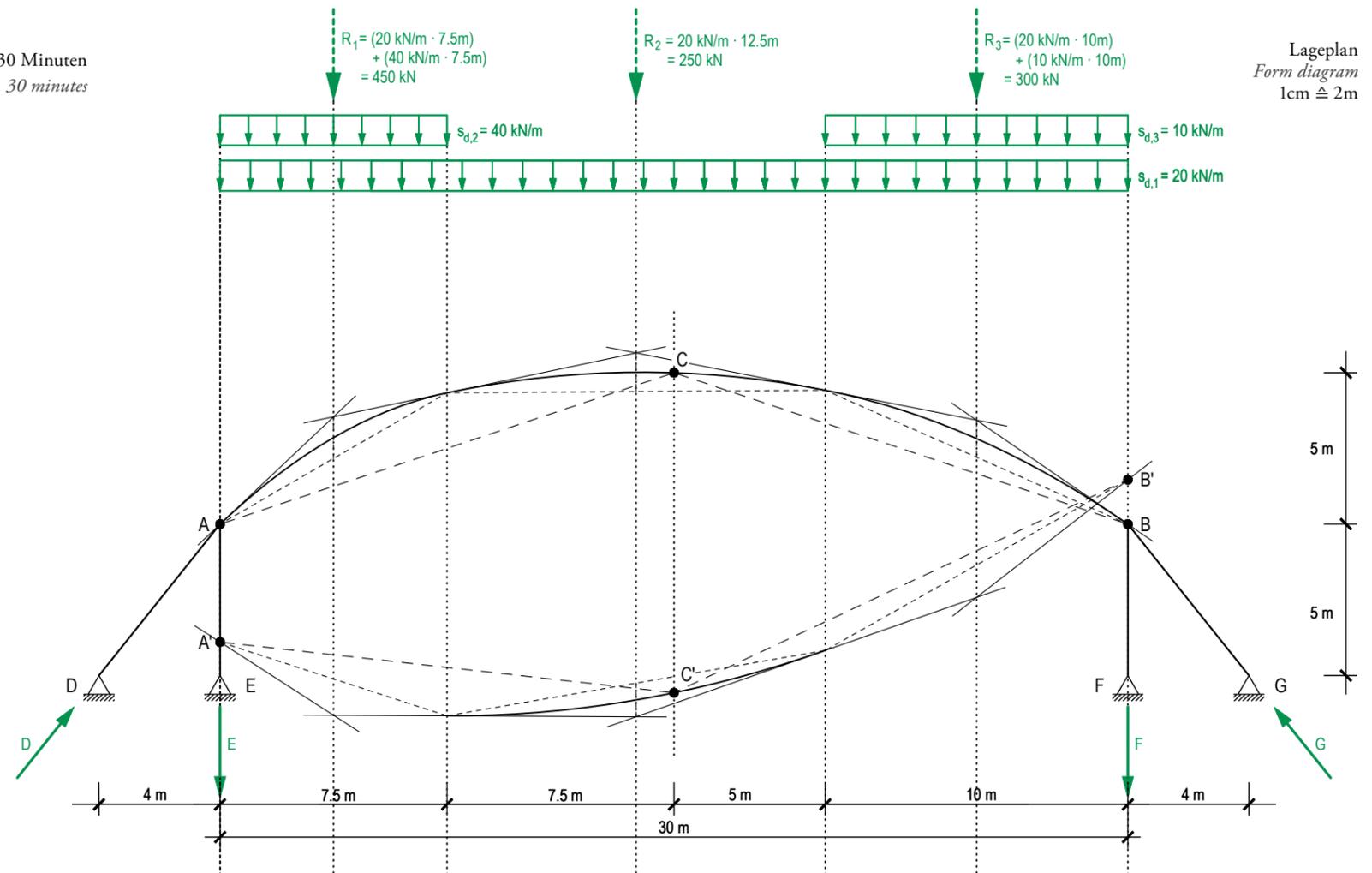
Bogen mit ungleichmäßig verteilter Last
Arch with non-uniformly distributed loading

In **Variante 2** wird für den Hauptträger der Turnhalle ein Bogen-Tragwerk untersucht. Gegeben ist eine nicht vollständige Ansicht des Haupttragwerks. Neben einer auf die gesamte Länge gleichmäßig verteilten Last $s_{d,1}$ tritt zusätzlich auf der linken Seite eine Belastung $s_{d,2}$ und auf der rechten Seite eine Belastung $s_{d,3}$ auf.

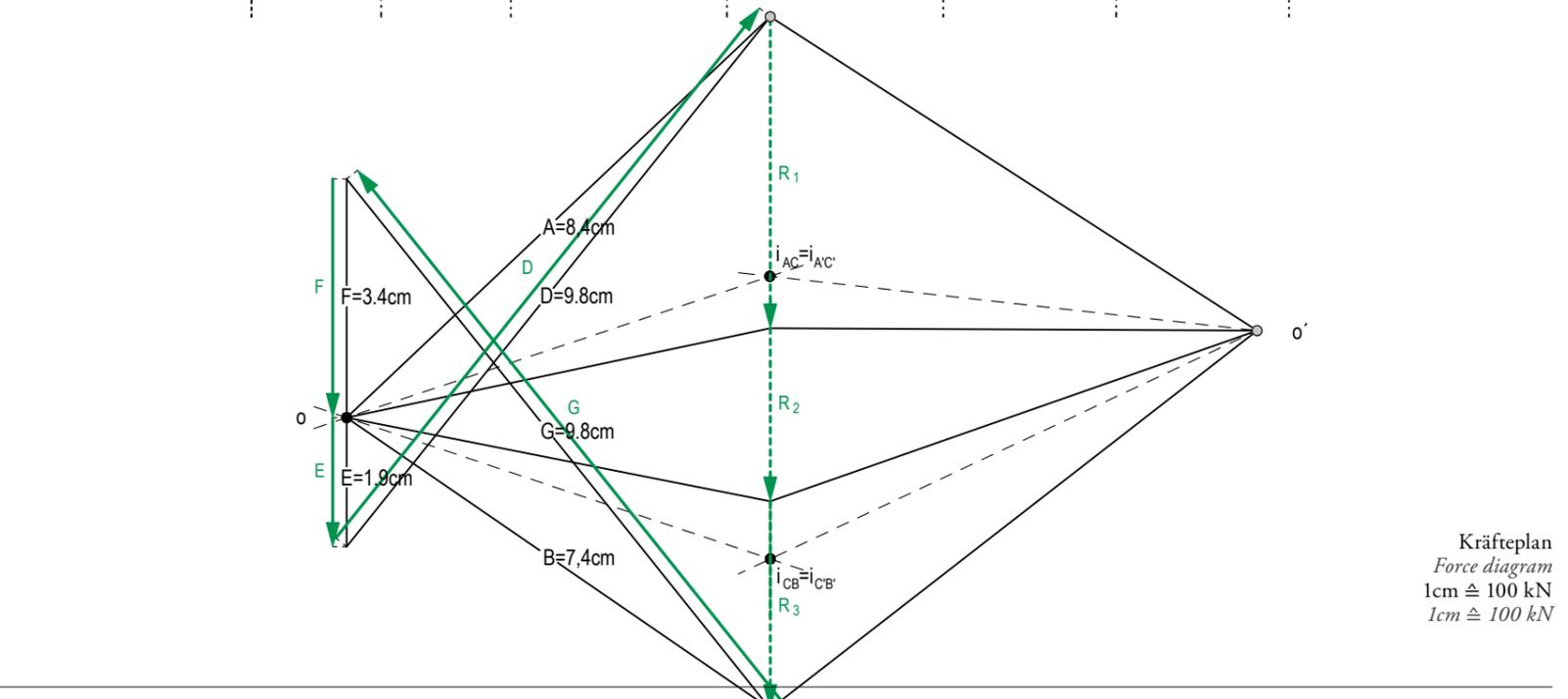
- Finden Sie die Stützlinie eines Bogens für die gegebene Belastungssituation durch die Punkte A, B und C. Zeichnen Sie den Lageplan. Zeichnen und beschriften Sie den Kräfteplan.
- Geben Sie die Kräfte im Bogen an den Punkten A und B in der dargestellten Tabelle an.
- Bestimmen Sie die Größe und Richtung Auflagerkräfte D-G, indem Sie den Kräfteplan vervollständigen. Geben Sie die Werte in der Tabelle an.

In **option 2**, an arch-structure as main load-bearing structure for the gymnasium is analyzed. Given is an incomplete elevation of the structure. In addition to the uniformly distributed load $s_{d,1}$ which is applied along the whole structure, a second load $s_{d,2}$ is applied on the left side and a third load $s_{d,3}$ is applied on the right side of the structure.

- Find the funicular shape of an arch for the given loading condition through points A, B and C. Draw the form diagram. Draw and label the force diagram.
- Indicate the magnitude of the forces in the arch at points A and B in the given chart.
- Determine the magnitude and direction of the reaction forces D-G by completing the force diagram and add the values to the chart.



Lageplan
Form diagram
1cm \cong 2m



Kräfteplan
Force diagram
1cm \cong 100 kN
1cm \cong 100 kN

Punkt Point	A	B	D	E	F	G
Kraft [kN] Force [kN]	840	740	980	190	340	980

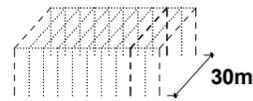
vgl.
TEI
UE7, Aufg. 1

compare
SDI
EX7, Task 1

Aufgabe 7
Task 7

TURNHALLE Hauptträger Variante 3
GYMNASIUM Roof structure option 3

ca. 30 Minuten
approx. 30 minutes



Lageplan
Form diagram
1cm ≅ 2m

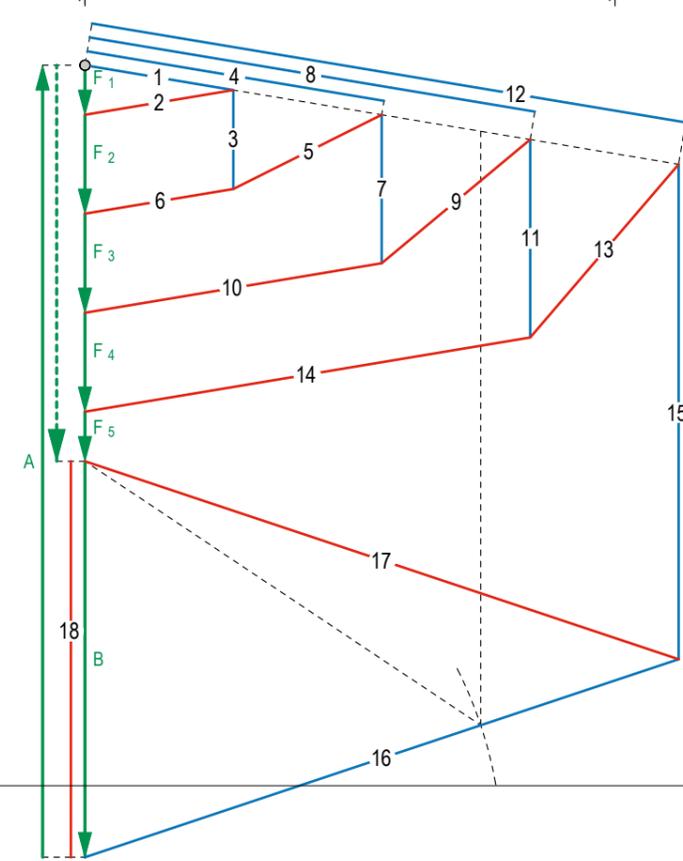
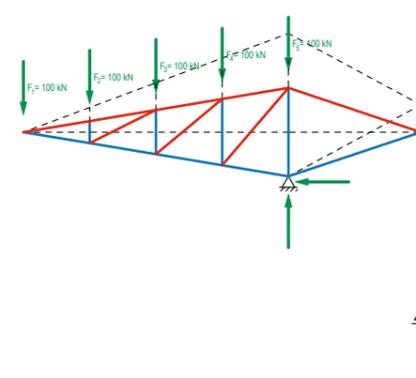
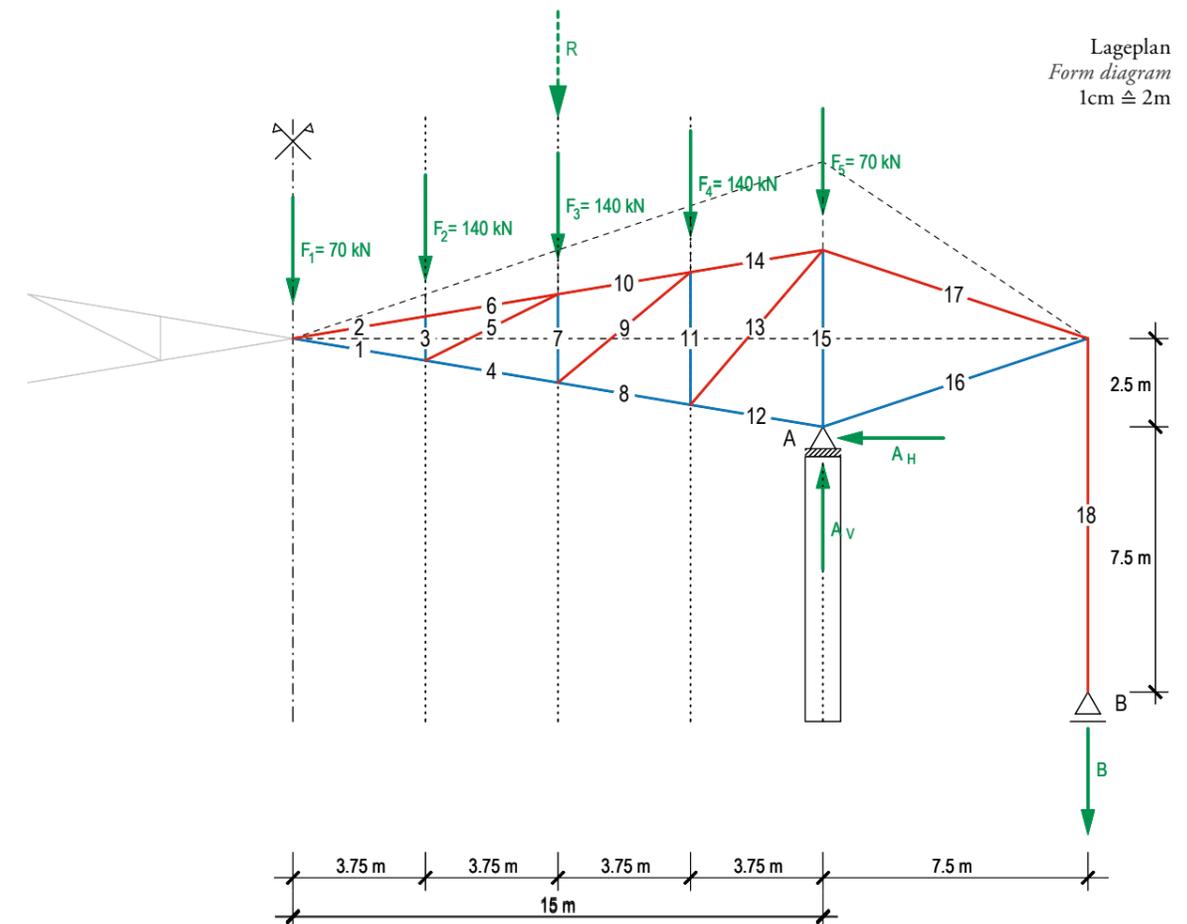
Auskragendes Fachwerk
Cantilevering truss

In **Variante 3** werden für den Hauptträger der Turnhalle zwei auskragende Fachwerke untersucht. Infolge der Symmetrie wird nur die rechte Hälfte des Tragwerks betrachtet. An den Knotenpunkten des Fachwerkträgers wirken die Einzellasten F_1 bis F_5 . Der Fachwerkträger liegt in Punkt A auf und wird in Punkt B durch eine Rückverankerung gehalten. Gegeben ist eine Ansicht der rechten Hälfte des Tragwerks mit den Belastungen.

- Bestimmen Sie die Resultierende in Lage- und Kräfteplan. Zeichnen Sie den Kräfteplan und beschriften Sie alle Elemente des Fachwerks.
- Geben Sie die Grösse der Auflagerkräfte des Fachwerkträgers an.
- Kennzeichnen Sie sowohl im Kräfte- als auch im Lageplan Zugelemente mit rot und Druckelemente mit blau.
- Schlagen Sie eine Veränderung der Geometrie des Trägers so vor, dass sich die Kraft im massgebenden Druckstab um 30% reduziert. Skizzieren Sie die Lösung schematisch (Lage- und Kräfteplan) und erläutern Sie ihre Vorgehensweise kurz. Die Position der Auflager A und B und die Wirkungslinien der angreifenden Kräfte sollen beibehalten werden.

In **option 3**, a set of two cantilevering trusses as main load-bearing structure for the gymnasium is analyzed. Due to symmetry, only the right half of the system is considered. At each of the nodes of the truss, the point loads F_1 to F_5 are acting on the structure. The truss is supported in point A and held back in point B by a back anchorage. Given is the elevation of the right half of the structure with the applied loads.

- Determine the resultant in both form and force diagram. Draw the force diagram and label all elements of the truss.
- Indicate the magnitude of the reaction forces of the truss.
- Indicate in both form and force diagram tension elements with red and compression elements with blue.
- Suggest changes to the geometry of the truss in such a way that the force in the critical truss member is reduced by 30%. Sketch the solution (form and force diagram) and briefly explain your approach. Keep the location of the supports A and B and the lines of action of the applied loads the same.



Punkt Point	A_V	A_H	B
Kraft [kN] Force [kN]	1120	0	560

Massgebender Stab: 16

Variante 1 (Kräfteplan): vergrösserte statische Höhe des Trägers

Variante 2 (Skizze): Rückverankerung verlängert, vergrösserte statische Höhe des Trägers

Kräfteplan
Force diagram
1cm ≅ 100 kN
1cm ≅ 100 kN

vgl.
TEI
UE8, Aufg. 1
compare
SDI
EX8, Task 1

Aufgabe 8
Task 8

TURNHALLE Hauptträger Variante 4
GYMNASIUM Roofstructure option 4



ca. 20 Minuten
approx. 20 minutes

Lageplan
Form diagram
1cm ≙ 2m

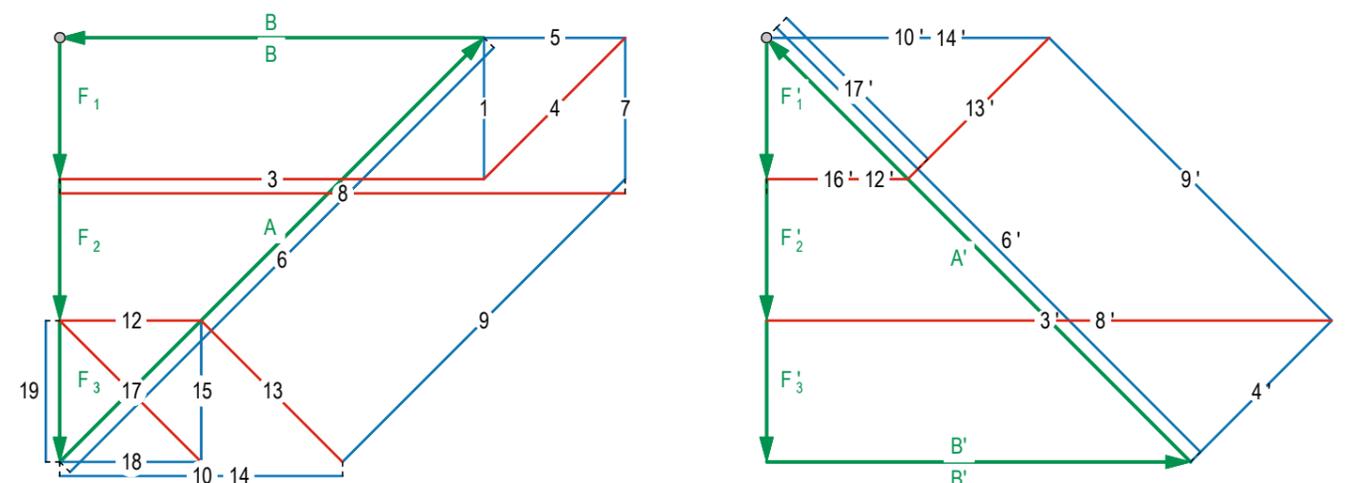
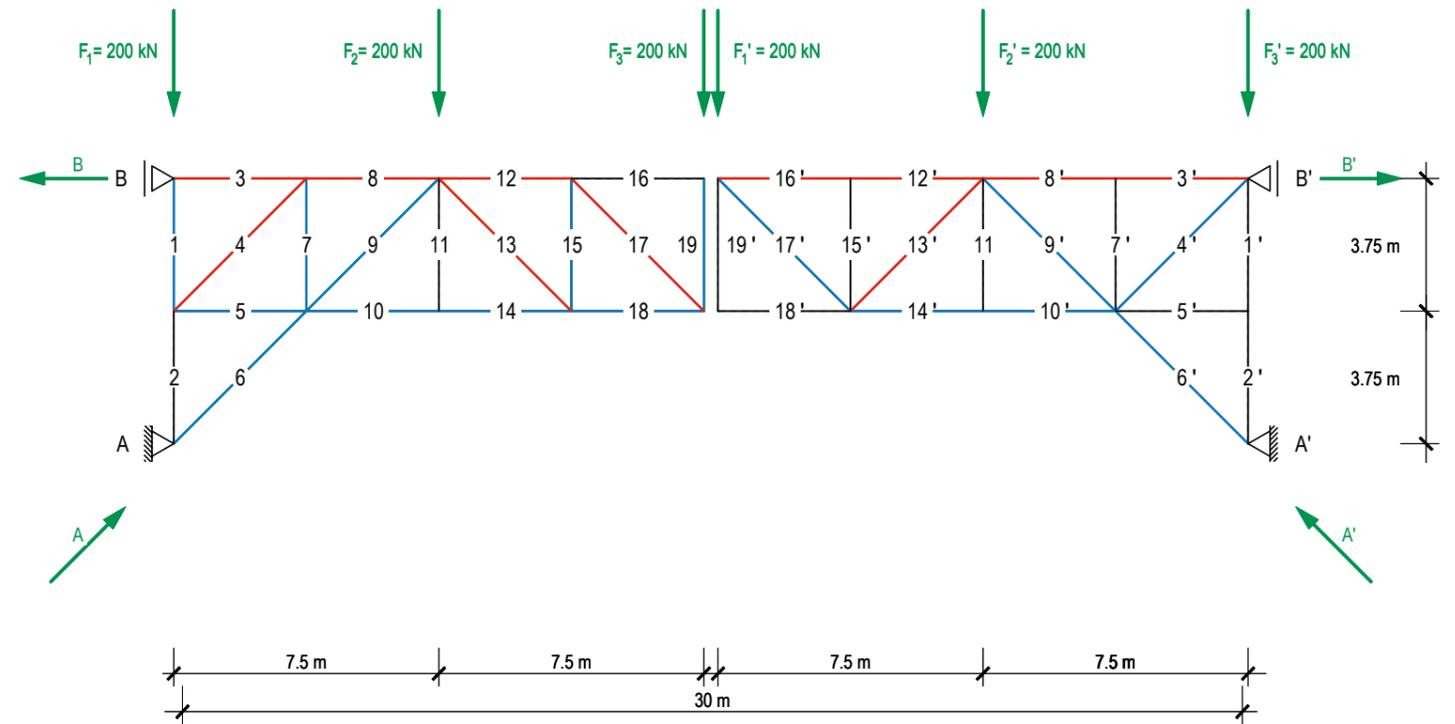
Kräfte im Fachwerk
Forces in trusses

Für den Hauptträger der Turnhalle wird als **Variante 4** ein Träger untersucht, welcher aus zwei auskragenden Fachwerken mit den Belastungen F_1 bis F_3 bzw. F_1' bis F_3' besteht. Gegeben ist eine Ansicht der Tragwerke und die zugehörigen Kräftepläne.

1. Beschriften Sie alle Elemente in den Kräfteplänen, markieren Sie eventuell auftretende Nullstäbe im Lageplan mit einem Kreis und markieren Sie sowohl in den Kräfteplänen als auch im Lageplan Zugelemente mit rot und Druckelemente mit blau.
2. Bestimmen Sie, welche Seite des Fachwerks (links: Stäbe 1 bis 19 oder rechts: Stäbe 1' bis 19') zur materialsparenden Lastabtragung besser geeignet ist. Begründen Sie unten Ihre Auswahl stichpunktartig.

Option 4 for the Gymnasium's main load-bearing roof structure consists of two cantilevering trusses with loads F_1 to F_3 resp. F_1' to F_3' . Given is the elevation of the structure and the respective force diagrams.

1. Label all elements in the force diagrams, mark zero-force members (if there are any) in the form diagram with a circle and mark in both form and force diagram tension elements with red and compression elements with blue.
2. Determine which side of the truss (left: elements 1 to 19 or right: elements 1' to 19') is the most suitable regarding a material efficient transport of loads. Explain your decision in key points below.



Kräfteplan
Force diagram
1cm ≙ 100 kN
1cm ≙ 100 kN

vgl.
TEII
UE2, Aufg. 2

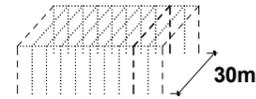
compare
SDII
EX2, Task 2

Rechts (Stäbe 1' bis 7') ist besser, weil:

- Kräfte ungefähr gleich wie links
- Mehrere Nullstäbe

Aufgabe 9
Task 9

TURNHALLE Hauptträger Variante 5
GYMNASIUM Roofstructure option 5



ca. 20 Minuten
approx. 20 minutes

Lageplan
Form diagram
1cm ≅ 2m

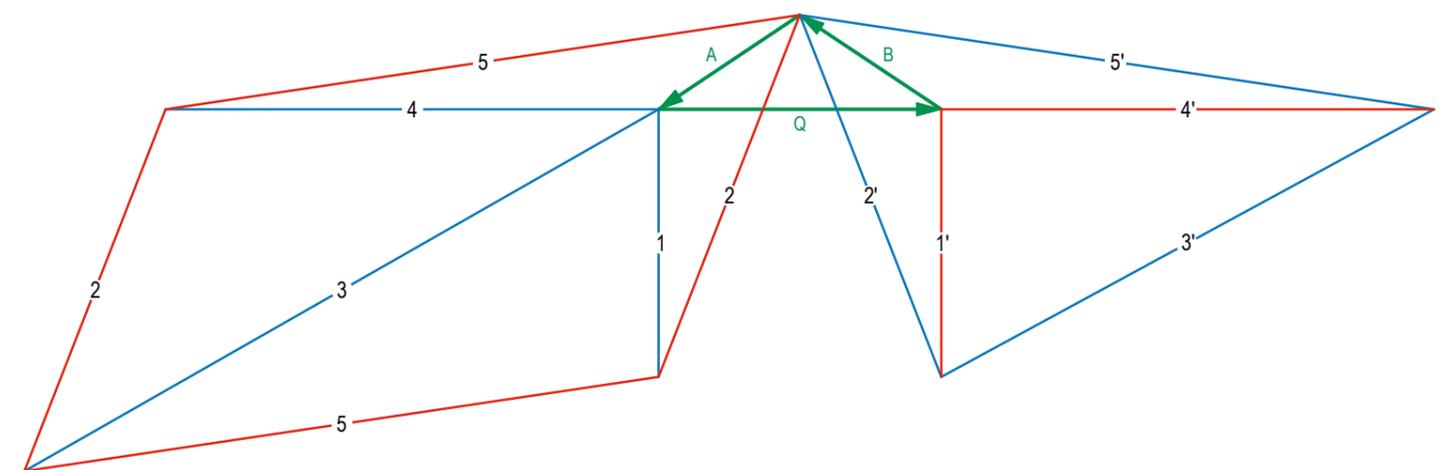
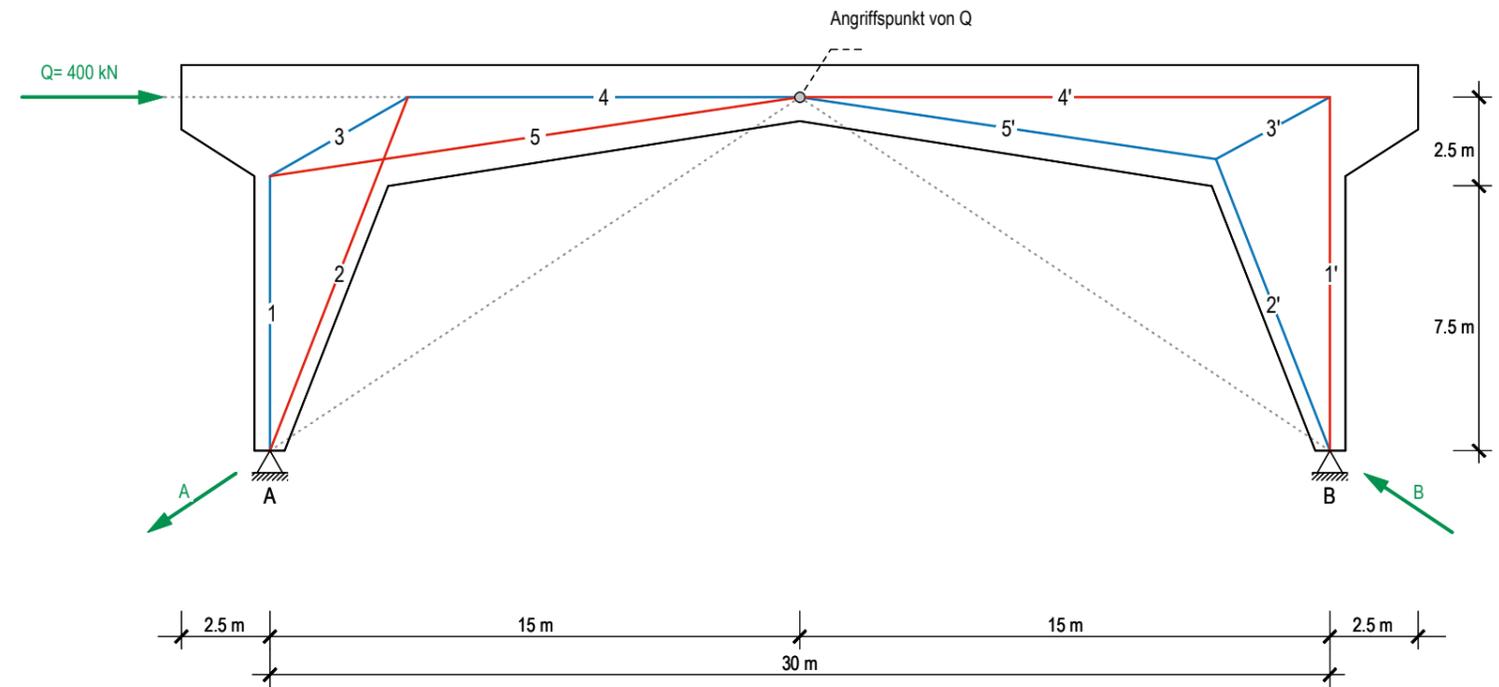
Kräfteverlauf im Rahmen
Force flow in frames

Für den Hauptträger der Turnhalle wird als **Variante 5** ein symmetrischer Rahmen aus Stahlbeton mit der Belastung Q untersucht. Gegeben ist eine Ansicht des Haupttragwerks, zwei mögliche innere Kräfteverläufe (1 bis 5 und 1' bis 5') sowie die externen Kräfte und Auflagerreaktionen in Lage- und Kräfteplan.

1. Zeichnen Sie den Kräfteplan für die beiden inneren Kräfteverläufe (1 bis 5 und 1' bis 5'). Markieren Sie sowohl im Kräfte- als auch im Lageplan alle Zugelemente mit rot und Druckelemente mit blau.
2. Bestimmen Sie, welcher innerer Kräfteverlauf (1 bis 5 oder 1' bis 5') aus Sicht der auftretenden inneren Kräfte besser geeignet wäre. Begründen Sie unten Ihre Auswahl stichpunktartig.

Option 5 for the Gymnasium's main load-bearing roof structure consists of a symmetrical reinforced concrete frame. Given is the elevation of the structure, two possible inner force flows (1 to 5 and 1' to 5') as well as the external loads and the support reactions in both form and force diagram.

1. Draw the force diagram for the two given inner force flows (1 to 5 or 1' to 5'). Mark in both form and force diagram all tension elements with red and compression elements with blue.
2. Determine which inner force flow (1 to 5 or 1' to 5') is more suitable regarding the inner forces. Explain your decision in key points below.



1' bis 5' ist besser, weil:

- Kräfte sind kleiner als bei 1 bis 5
- Querschnitt wird voll ausgenutzt

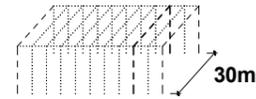
Kräfteplan
Force diagram
1cm ≅ 100 kN
1cm ≅ 100 kN

vgl.
TEII
UE4, Aufg. 4

compare
SDII
EX4, Task 4

Aufgabe 10 TURNHALLE Hauptträger Variante 6
Task 10 GYMNASIUM Roofstructure option 6

ca. 40 Minuten
approx. 40 minutes



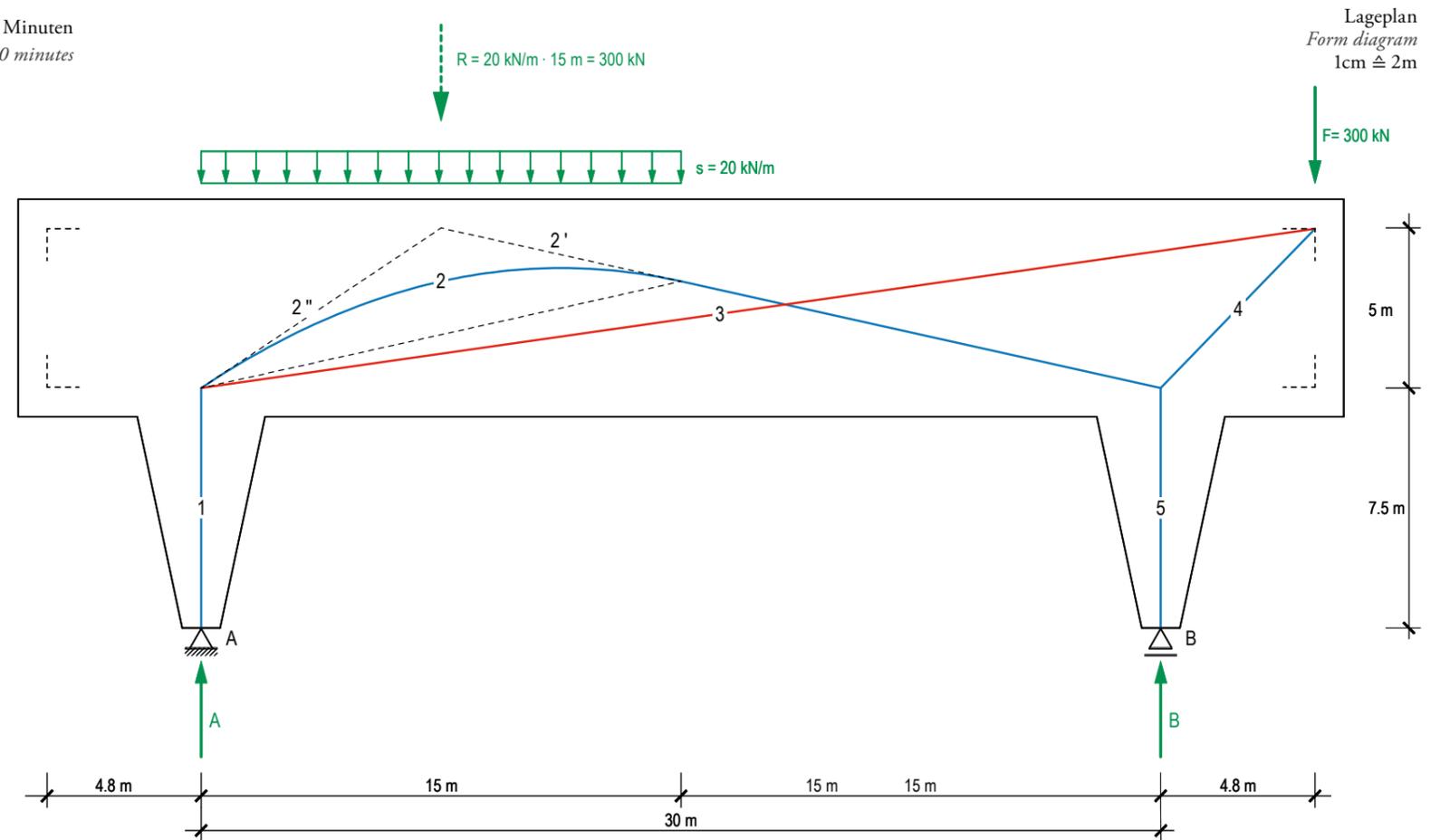
Kräfteverlauf in Balken und Scheibe
Force flow in beam and shear wall

Für den Hauptträger der Turnhalle wird als **Variante 6** eine beidseitig auskragende Scheibe auf zwei Stützen untersucht. Neben einer gleichmäßig verteilten Last s tritt am rechte Ende des Tragwerks eine zweite Belastung F auf. Gegeben ist eine Ansicht des Haupttragwerks sowie die externen Kräfte im Lageplan.

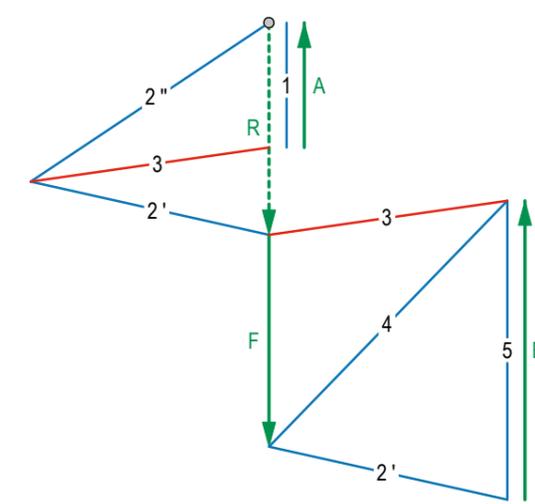
1. Bestimmen Sie einen möglichen qualitativen Kräfteverlauf innerhalb der Scheibe und der Stützen. Zeichnen und beschriften Sie den Kräfte- und Lageplan für den gewählten Kräfteverlauf.
2. Markieren Sie sowohl im Kräfte- als auch im Lageplan alle Zugelemente mit rot und Druckelemente mit blau.

Option 6 for the Gymnasium's main load-bearing roof structure consists of a cantilevering shear wall on two columns. In addition to the uniformly distributed load s , a second load F at the right end of the structure is applied. Given is the elevation of the structure as well as the external loads in the form diagram.

1. Determine a possible qualitative force flow within the shear wall and columns. Draw and label both form and force diagram for the chosen force flow
2. Mark in both form and force diagram all tension elements with red and compression elements with blue.



Lageplan
Form diagram
1cm \cong 2m



Kräfteplan
Force diagram
1cm \cong 100 kN
1cm \cong 100 kN

vgl.
TEII
UE5, Aufg. 1

compare
SDII
EX5, Task 1